



تست ۱

سری همگرایی سری را با کمک آزمون کوشی ارجاع می‌کنیم.

(۳) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{\ln n}{n} \left(\frac{x}{n} - 1\right)^n} < 1 \sim \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{x}{n} - 1 \right| < 1 \Rightarrow -1 < \frac{x}{n} - 1 < 1$

سری همگرایی

$\Rightarrow 0 < \frac{x}{n} < 2 \Rightarrow 0 < x < 2n$

سری همگرایی

$x = 0 \rightarrow \sum \frac{(-1)^n \ln n}{n}$ $\xrightarrow{\text{آزمون کوشی}}$ همگرا

$x = 2n \rightarrow \sum \frac{\ln n}{n}$ $\xrightarrow{\text{آزمون کوشی}}$ واگرا

پس بازه همگرایی سری $(0, 2n]$ است.

تست ۲

(۱) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{n+1}{n+2} x^n} < 1 \sim |x| < 1 \Rightarrow r = 1$

سری اول

سری دوم: $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{n^n}{n!} (x-1)^n} < 1 \sim \frac{n}{e} |x-1| < 1 \Rightarrow 0 < 1 \Rightarrow S = \mathbb{R}$

سری سوم: $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n! x^n} < 1 \sim \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{e} |x| < 1 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow t = 0$

پس $t < r < s$ خواهد بود.

تست ۳

(۴) $(1+x)^r = 1 + rx + \frac{r(r-1)}{2!} x^2 + \dots$ $\xrightarrow{\text{بهرجبهه}} \text{سری توان}$

$f(x) = \int_0^x (1+t)^{-1/3} dt = \int_0^x \left(1 - \frac{1}{3}t + \frac{(-1/3)(-4/3)}{2} t^2 + \dots \right) dt$

$\Rightarrow f(x) = t - \frac{t^2}{2} + \frac{r}{9} \frac{t^3}{3} - \dots \Big|_0^x = x - \frac{x^2}{2} + \frac{r}{27} x^3$

تک ۴ این سوال را به روش کسینم با استفاده از روش ها حل کنیم. توجه به گزینش ها ابتدای سری کبی

① به عبارت دیگر در (معمولاً) به صورت $\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + x^3 + \dots$ $\xrightarrow{x \rightarrow -x}$ $\frac{1}{1+x} = 1 - x + x^2 - x^3 + \dots$

مشتق $\rightarrow \frac{-1}{(1+x)^2} = -1 + 2x - 3x^2 + 4x^3 - \dots$ I

$\xrightarrow{x^2}$ $\frac{-2x}{(1+x)^2} = -2x + 4x^2 - 6x^3 + \dots$ II

حال مقیاس I را به خود سری II جمع می کنیم

$\Rightarrow \frac{1-2x}{(1+x)^2} = 1 - 4x + 7x^2 - 10x^3 + \dots$

تک ۵

① $f(x) = \ln(1-x^r)^{1/r} = \frac{1}{r} \ln(1-x^r)$

* $\ln(1+u) = u - \frac{u^2}{2} + \frac{u^3}{3} - \dots$ $\xrightarrow{u \rightarrow -x^r}$ $\ln(1-x^r) = -x^r - \frac{x^{2r}}{2} - \frac{x^{3r}}{3} - \dots$

$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{r} (-x^r - \frac{x^{2r}}{2} - \frac{x^{3r}}{3} - \dots) = -\frac{x^r}{r} - \frac{x^{2r}}{2r} - \frac{x^{3r}}{3r} - \dots \Rightarrow a_n = -\frac{x^{r_{n+1}}}{r_n}$



